

Numerical Simulation of Shaft Sinking Using the Artificial Freezing Method

A potash mine in Kaliningrad, Russia is to be developed. Two shafts are planned to be sunk to extract the potash deposits in approximately 1,100 m depth and for general mine operation. Demanding lithological layers, namely alternating clays and floating sands combined with high pressure aquifers in large depths pose challenging circumstances for the sinking of the shafts. To overcome these, the freezing method was chosen to improve the mechani-

cal properties of the local geologies and to stabilize the pressurized aquifers. ITASCA Consultants GmbH, Gelsenkirchen/Germany, has been asked to perform the numerical analysis of the freezing process. The objective was to investigate different setups for the freezing method based on several variations, with different geometries of the freezing pipes – different number of pipes, different radii of freezing ring – and variable brine temperatures.

Numerische Modellierung des Schachtbaus mit der Methode des künstlichen Einfrierens

In Kaliningrad/Russland soll ein Kalibergwerk errichtet werden. Für den allgemeinen Grubenbetrieb und zur Gewinnung der Kalivorkommen in ca. 1.100 m Teufe ist der Bau von zwei Schächten geplant. Eine anspruchsvolle Lithologie bestehend aus alternierenden Schichten von Tonen und Schwimmsanden in Verbindung mit gespannten Grundwasserleitern in großen Tiefen stellen eine Herausforderung für das Teufen der Schächte dar. Um diese zu überwinden, wurde das Gefrierverfahren gewählt, um die mechani-

schen Eigenschaften der lokalen Geologien zu verbessern und die gespannten Grundwasserleiter zu stabilisieren. Die ITASCA Consultants GmbH, Gelsenkirchen, wurde beauftragt, die numerische Analyse des Gefrierprozesses durchzuführen. Das Ziel war es, verschiedene Konfigurationen mit Varianten aus unterschiedlichen Geometrien der Gefrierrohre – unterschiedliche Anzahl von Rohren, unterschiedliche Radien des Gefrierkreises – und unterschiedlichen Soletemperaturen für das Gefrierverfahren zu untersuchen.

1 Introduction

The potash seams of the Nivenskoe deposit in the region of Kaliningrad (Figure 1) at a depth of 1,050 to 1,200 m are to be disclosed, developed, and mined. The mine is planned as a waste-free production site with an operating time of more than 50 years, located above the deposit which covers an area of 33,51 km².

1 Einleitung

Die Kaliflöze der Lagerstätte Nivenskoe in der Region Kaliningrad (Bild 1) in einer Teufe von 1.050 bis 1.200 m sollen erschlossen und abgebaut werden. Das Bergwerk, welches über der Lagerstätte mit einer Fläche von 33,51 km² gelegen ist, ist als abfallfreie Produktionsstätte mit einer Betriebszeit von mehr als 50 Jahren geplant.

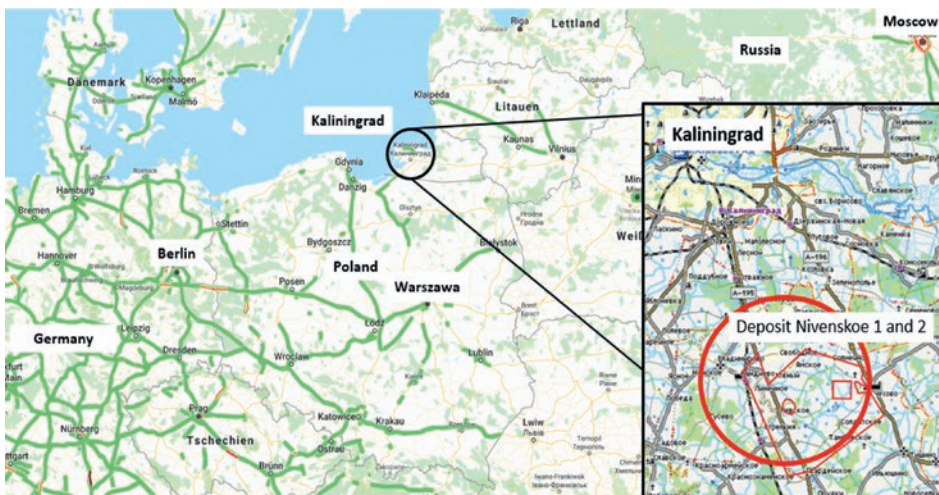


Fig. 1. Location of the deposit Nivenskoe, modified after (1). // Bild 1. Lage der Lagerstätte Nivenskoe, modifiziert nach (1).

The Nivenskoe potash deposit consists of various saline rocks in different depths. The mineral composition of the commercial strata of the Nivenskoe sites is quite complex and comprises mainly of sulphate-chloride sediments:

First commercial strata:

- Carnallite ($\text{KCl} \cdot \text{MgCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$)
- Kieserite ($\text{MgSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$)
- Kainite ($\text{KCl} \cdot \text{MgSO}_4 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$)
- Polyhalite ($\text{K}_2\text{Ca}_2\text{Mg} [\text{SO}_4]_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$)
- Halite (NaCl)
- Sylvite (KCl)

Second commercial strata:

- Langbeinite ($\text{K}_2\text{Mg}_2[\text{SO}_4]_3$)
- Bischofite ($\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$)
- Anhydrite (CaSO_4)

The overburden of the deposit is composed mainly of loose rocks and alterations of sand and clay. Deeper sand deposits are located within confined aquifers and are highly water saturated. To safely develop the Nivenskoe mine under the given geological and hydrogeological conditions it is planned to use shaft sinking using artificial ground freezing. Based on numerical simulations, different setups and parameters of the shaft sinking were to be determined. These setups included the number of freezing pipes, radius of freezing circle, freezing temperature, duration of active and passive freezing phase as well as estimated energy consumptions and further detailed specifications. For this challenging task LLC K-Potash Service, Kaliningrad/Russia, commissioned ITASCA Consultants GmbH, Gelsenkirchen/Germany, to investigate various technical and economical options.

2 The freezing method

The freezing method was developed by Friedrich Hermann Poetsch in 1883 (2). For this method, the ground is artificially frozen below its freezing point to create a frostwall. The goal of the method is to enhance mechanical properties such as stiffness and strength and to use the impermeability of the frozen ground. This makes the freezing method a suitable process for numerous construction tasks, as was proven many times by previous applications in shaft construction, when sinking through water-bearing and non-stable geological strata (3). Further application of the method and specific case have already been published, e.g., from Weiler/Vagt(4) and Vuorela/Eronen (5).

For the use of this special method of shaft sinking, pipes are installed in a circular arrangement around the prospective shaft. The recommended distance between these pipes ranges between 1 and 2 m (6) and the distance from the pipes to the center of the prospective shaft between 2 to 4 m. The distances differ from case to case to address differences in geotechnical and hydrogeological properties of the underground at the given site. In certain cases, special measures such as a second freezing circle can be deployed. The freezing pipes are comprised of two parts. The bottom-open pipe is placed inside the bottom-closed pipe and is used to guide the cold brine through the subsurface. The brine then rises in the annular space between the two pipes and the brine transfers its coldness into the host rock (7). The brine heats up 2.5 to 5.0 °C while flowing to the surface, depending on pipe length and the thermal properties of the host rock. The warmed-up brine is then piped back into the freezing

Die Kalilagerstätte Nivenskoe besteht aus verschiedenen salinen Gesteinen in unterschiedlichen Teufen. Die mineralische Zusammensetzung der kommerziell nutzbaren Schichten der Nivenskoe-Lagerstätte ist komplex und besteht hauptsächlich aus Sulfat-Chlorid-Sedimenten:

Erste kommerziell nutzbare Schicht:

- Carnallit ($\text{KCl} \cdot \text{MgCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$)
- Kieserit ($\text{MgSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$)
- Kainit ($\text{KCl} \cdot \text{MgSO}_4 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$)
- Polyhalit ($\text{K}_2\text{Ca}_2\text{Mg} [\text{SO}_4]_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$)
- Halit (NaCl)
- Sylvit (KCl)

Zweite kommerziell nutzbare Schicht:

- Langbeinit ($\text{K}_2\text{Mg}_2[\text{SO}_4]_3$)
- Bischofit ($\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$)
- Anhydrit (CaSO_4)

Das Deckgebirge der Lagerstätte besteht hauptsächlich aus Alterationen von Sand und Ton. Tiefere Sandvorkommen befinden sich innerhalb von gespannten Grundwasserleitern und sind stark wassergesättigt. Um das Bergwerk Nivenskoe unter den gegebenen geologischen und hydrogeologischen Bedingungen sicher zu erschließen, ist das Teufen von Schächten mittels künstlicher Bodengefrierung geplant. Basierend auf numerischen Simulationen sollten verschiedene Konfigurationen und Parameter des Schachtabteufens ermittelt werden. Dazu gehörten die Anzahl der Gefrierrohre, der Radius des Gefrierkreises, die Gefrier-temperatur, die Dauer der aktiven und passiven Gefrierphasen sowie der geschätzte Energieverbrauch und weitere Detailangaben. Für diese anspruchsvolle Aufgabe beauftragte LLC K-Potash Service, Kaliningrad/Russland, die ITASCA Consultants GmbH, Gelsenkirchen, mit der Untersuchung verschiedener technischer und wirtschaftlicher Optionen.

2 Das Gefrierverfahren

Das Gefrierverfahren wurde 1883 von Friedrich Hermann Poetsch entwickelt (2). Bei dieser Methode wird der Boden künstlich unter seinen Gefrierpunkt gekühlt, um eine Frostwand zu erzeugen. Ziel des Verfahrens ist es, mechanische Eigenschaften wie Steifigkeit und Festigkeit zu verbessern und die Undurchlässigkeit des gefrorenen Bodens zu nutzen. Damit ist die Gefriermethode ein geeignetes Verfahren für zahlreiche Bauaufgaben, wie frühere Anwendungen im Schachtbau beim Abteufen durch wasserführende und nicht standfeste geologische Schichten vielfach bewiesen haben (3). Weitere Anwendungen des Verfahrens und konkrete Fälle wurden z.B. bereits von Weiler/Vagt (4) und Vuorela/Eronen (5) veröffentlicht.

Bei dieser speziellen Art des Schachtabteufens werden Gefrierrohre kreisförmig um den voraussichtlichen Schacht herum verlegt. Der empfohlene Abstand zwischen diesen Rohren liegt zwischen 1 und 2 m (6) und der Abstand von den Rohren zur Mitte des geplanten Schachts zwischen 2 und 4 m. Die Abstände sind von Fall zu Fall unterschiedlich, um die unterschiedlichen geotechnischen und hydrogeologischen Eigenschaften des Untergrunds am jeweiligen Standort zu berücksichtigen. In bestimmten Fällen können auch Sondermaßnahmen wie ein zweiter Gefrierkreis eingesetzt werden. Die Gefrierrohre bestehen aus

machine. A coolant is used to reduce the temperature of the brine again. Different types of coolants are available, and each type has characteristic advantages and disadvantages. Two different coolants, Ammoniac and R507a, are frequently used. While Ammoniac is an environment-friendly, efficient coolant, R507a is equally efficient and economically more favorable as a coolant for the brine.

Different refrigerants can be used as brine. Two frequently used refrigerants are either 29.7% Calcium Chloride-Brine or Tyfoxit F50. While both refrigerants offer a low viscosity, which is important to ensure a fluent flow in the freezing pipes, the use of Tyfoxit F50 offers a lower corrosivity and freezing point than Calcium Chloride-Brine. However, the purchase of Tyfoxit F50 is associated with vastly higher costs. Calcium Chloride-Brine is, due to the superior economic efficiency coupled with the sufficient physical properties used very frequently.

3 Data basis for numerical simulation

LLC K-Potash Service provided ITASCA an extensive amount of physical, mechanical, rheological, and thermal properties of the lithological units. The data was derived from laboratory testing by the St. Petersburg Mining University, which derived each dataset for a sample for different temperatures as to perform the numerical simulation with the highest possible accuracy. For the numerical model, the lithology of the site has been consolidated into 32 lithological layers, comprised of 23 distinct lithologies (Figure 2).

Several confined aquifers must be considered while sinking the shaft. The deepest aquifer is in a depth of approximately 730 m and is confined with a pressure of approximately 7.9 MPa.

zwei Teilen: Ein unten offenes Rohr wird in ein unten geschlossenes Rohr eingesetzt und dient dazu, die kalte Sole durch den Untergrund zu führen. Die Sole steigt dann im Ringraum zwischen den beiden Rohren auf und gibt ihre Kälte an das Wirtsgestein ab (7). Die Sole erwärmt sich während des Fließens an die Oberfläche um 2,5 bis 5,0 °C, abhängig von der Rohrlänge und den thermischen Eigenschaften des Wirtsgesteins. Die erwärmte Sole wird dann zurück in die Gefriermaschine geleitet. Ein Kühlmittel wird verwendet, um die Temperatur der Sole wieder zu reduzieren. Es gibt verschiedene Arten von Kühlmitteln, und jede hat spezifische Vor- und Nachteile. Zwei verschiedene Kühlmittel, Ammoniak und R507a, werden häufig verwendet. Ammoniak ist ein umweltfreundliches, effizientes Kühlmittel. R507a ist als Kühlmittel für die Sole ebenso effizient, jedoch wirtschaftlich günstiger.

Als Sole können verschiedene Kältemittel verwendet werden. Zwei häufig verwendete Kältemittel sind entweder 29,7%-ige Calciumchlorid-Sole oder Tyfoxit F50. Während beide Kältemittel eine niedrige Viskosität aufweisen, was wichtig ist, um einen stetigen Fluss in den Gefrierleitungen zu gewährleisten, bietet die Verwendung von Tyfoxit F50 eine geringere Korrosivität und einen niedrigeren Gefrierpunkt als Calciumchlorid-Sole. Allerdings ist die Anschaffung von Tyfoxit F50 mit deutlich höheren Kosten verbunden. Calciumchlorid-Sole wird aufgrund der geringeren Kosten und den ausreichend guten physikalischen Eigenschaften sehr häufig verwendet.

3 Datengrundlage für die numerische Simulation

Die LLC K-Potash Service stellte ITASCA eine umfangreiche Menge an physikalischen, mechanischen, rheologischen und thermischen Eigenschaften der lithologischen Einheiten zur Verfügung. Die Daten stammten aus Laboruntersuchungen der Bergbauuniversität Sankt Petersburg. Die benötigten Parameter der Proben wurden für verschiedene Temperaturen ermittelt, um die numerische Simulation mit der höchstmöglichen Genauigkeit durchführen zu können. Für das numerische Modell wurde die Lithologie des Standorts in 32 lithologische Schichten zusammengefasst, die sich aus 23 verschiedenen Lithologien zusammensetzen (Bild 2).

Beim Schachtbau müssen mehrere gespannte Grundwasserleiter berücksichtigt werden. Der tiefste Grundwasserleiter befindet sich in einer Teufe von ca. 730 m und steht unter einem Druck von ca. 7,9 MPa.

Die Tabelle 1 beinhaltet eine Zusammenstellung von Eigenschaften für ausgewählte Schichten. Die Gefriertemperatur für die verschiedenen lithologischen Schichten nimmt im Allgemeinen mit zunehmender Tiefe ab, was auf einen erhöhten Salzgehalt im Gestein und Grundwasser zurückzuführen ist. Die einaxiale Druckfestigkeit der ungefrorenen Sande und Tone bei 10 °C beträgt 0,2 bis 2,5 MPa bzw. 1,25 bis 1,88 MPa. Im Vergleich zu veröffentlichten Daten können Sande bei 0 °C Werte für die einaxiale Druckfestigkeit von ca. 1,8 MPa (3) bis ca. 5 MPa (8) aufweisen.

Dennoch lässt sich die verstärkende Wirkung, die das Einfrieren auf die lithologischen Einheiten hat, durch den Vergleich der einaxialen Druckfestigkeiten in Abhängigkeit von der abnehmenden Temperatur erkennen. Die einaxialen Druckfestigkeiten des gefrorenen Sands und Tons bei einer Temperatur von -12 °C steigen von 4,0 auf 8,5 MPa bzw. von 5,0 auf 10,8 MPa (Tabelle 1). Der Anstieg der einaxialen Druckfestigkeit bei den zuvor

Глубина Depth [m]	Мощность Thickness [m]	Лито­ло­гическое обоз. Lithology Icon	Лито­ло­гический слой Lithology Label	Водо­носный гор. Aquifer
86.3	86.3		Moraine1	
136.8	50.5		Silt1	
207.6	70.8		Siltstone1	
215.0	7.4		Clay1	
221.3	6.3		Sandstone1	
264.0	42.7		Siltstone2	
309.0	44.7		Sand1	
319.0	10.0		Limestone1	
342.2	23.2		Sand1	
352.4	10.2		Sandstone2	
360.4	8.0		Sand1	
395.4	35.0		Sandstone3	
436.1	40.7		Siltstone3	
489.9	53.8		Clay2	
514.0	24.2		Sand1	
519.5	5.4		Clay3	
543.1	23.6		Sand2	
560.0	16.9		Sandstone4	
576.7	16.7		Siltstone4	
581.6	4.9		Sandstone5	
585.0	3.4		Limestone2	
607.1	22.1		Clay4	
614.4	7.3		Sand2	
619.9	5.5		Clay5	
623.0	3.1		Sand2	
628.3	5.3		Siltstone5	
700.0	71.7		Clay5	
715.5	15.5		Sandstone5	
719.0	3.6		Sand2	
729.6	10.5		Sandstone5	
737.3	7.7		Sand3	
800.0	63.7		Clay6	

Fig. 2. Consolidated lithology of the borehole KCC2.
Bild 2. Konsolidierte Lithologie der Bohrung KCC2. Source/Quelle: ITASCA

Lithological layer Lithologische Schicht	Depth Tiefe [m]	Freezing point Gefrierpunkt [° C]	Thermal conductivity Wärmeleitfähigkeit [W/m*K]			Uniaxial compressive strength Einaxiale Druckfestigkeit UCS [MPa]		
			10 °C	-5 °C	-20°C	10 °C	-5 °C	-12°C
Moraine1	86	-0.8	2.20	2.90	3.87	0.5	3.2	6.3
Clay1	215	-1.3	1.19	1.14	1.88	1.7	5.3	10.8
Clay2	490	-2.6	1.00	1.09	1.25	1.1	4.2	6.0
Sand1	514	-0.4	1.59	1.72	2.74	0.2	3.2	7.5
Clay5	700	-3.2	1.39	1.51	1.71	1.6	5.3	7.4
Sand2	719	-1.4	1.99	2.40	3.56	1.3	3.1	4.0
Sand3	737	-1.3	1.44	2.21	2.68	2.5	4.5	8.5

Table 1. Consolidated thermal and mechanical properties of selected lithological layers.

Tabelle 1. Konsolidierte thermische und mechanische Eigenschaften von ausgewählten lithologischen Schichten. Source/Quelle: ITASCA

Table 1 summarizes a compilation of properties for selected soft rocks. The freezing temperature for the different lithological layer in general decreases with increasing depth due to an increased salt content in the rock and groundwater. The uniaxial compressive strengths of the unfrozen sands and clays at 10 °C are 0.2 MPa to 2.5 MPa and 1.25 MPa to 1.88 MPa respectively. In comparison to published data, sands at 0 °C can exhibit values for the uniaxial compressive strength of approximately 1.8 MPa (3) to approximately 5 MPa (8).

Nevertheless, the strengthening effect that freezing has on these lithological units can be seen by comparing the uniaxial compressive strengths as a function of decreasing temperature. The uniaxial compressive strengths of the frozen sand and clay, at a temperature of -12 °C increase from 4.0 MPa to 8.5 MPa and 5.0 MPa to 10.8 MPa respectively (Table 1). The increase of the uniaxial compressive strength for the previously listed literature values ranges from approximately 7.8 MPa to approximately 12.0 MPa. The reasons for the drastic increase in strength is the temperature dependency of ice and especially the reduction of liquid water content in the soil (3).

4 Analytical solutions for the assessment of the artificial freezing method

Analytical solutions have been used from the early 20th century to estimate the required frost wall thickness. The general approach of all analytical solution is the comparison of the strength of the frozen soil and rock to the in-situ rock and water stresses. This comparison results in an indication of the required frost wall thickness.

A widely used analytical solution is based on an equation developed by Domke in 1915. Like most analytical solutions the equation by Domke is very limited in the number of input parameters. The soil mechanic input parameters are limited on the uniaxial compressive. Additionally, the parameters concerning the shaft geometry and sinking process are limited to the diameter of the shaft.

The analytical solution proposed by Domke, as well as various others, neglect important geological as well as engineering related parameters. The rheological behavior (viscous flow) of frozen soil and rock, which gains importance with increasing depth, due to the increasing stresses, is not considered for most analytical solutions. Equally is the height of the free unsupported shaft, which has a major influence on the occurring deformations of the shaft wall usually neglected. In addition to the above is the validity range in concern to the depth of the freezing shaft. The

aufgeführten Literaturwerten reicht von ca. 7,8 bis ca. 12,0 MPa. Die Gründe für den drastischen Festigkeitsanstieg liegen in der Temperaturabhängigkeit von Eis und insbesondere in der Verringerung des Flüssigwassergehalts im Boden (3).

4 Analytische Lösungen für die Bewertung der Methode des künstlichen Einfrierens

Analytische Lösungen wurden seit dem frühen 20. Jahrhundert verwendet, um die erforderliche Frostwanddicke abzuschätzen. Der allgemeine Ansatz aller analytischen Lösungen ist der Vergleich der Festigkeit des gefrorenen Bodens und Gesteins mit den In-situ-Gesteins- und -Wasserspannungen. Dieser Vergleich führt zu einer Angabe der erforderlichen Frostwanddicke.

Eine weit verbreitete analytische Lösung basiert auf einer Gleichung, die von Domke 1915 entwickelt wurde. Wie die meisten analytischen Lösungen ist auch die Gleichung von Domke in der Anzahl der Eingabeparameter sehr begrenzt. Die bodenmechanischen Eingabeparameter sind auf die einaxiale Druckfestigkeit begrenzt. Zusätzlich sind die Parameter, welche die Schachtgeometrie und den Senkvorgang betreffen, auf den Durchmesser des Schachts beschränkt.

Die analytischen Lösungen für diese Fragestellung sind limitiert in der Berücksichtigung von geologischen sowie ingenieurtechnischen Parametern. Das rheologische Verhalten (viskoses Fließen) von gefrorenem Boden und Gestein, das mit zunehmender Tiefe aufgrund der steigenden Spannungen an Bedeutung gewinnt, wird bei den meisten analytischen Lösungen nicht berücksichtigt. Ebenso wird die Höhe des freien, ungestützten Schachts, die einen großen Einfluss auf die auftretenden Verformungen der Schachtwand hat, meist vernachlässigt. Hinzu kommt der Gültigkeitsbereich in Bezug auf die Tiefe des zu gefrierenden Schachts. So ist z.B. die einfache Domke-Gleichung nur in einem Tiefenbereich von 100 bis 150 m anwendbar, während Lamé-Gadolín für einen noch kleineren Bereich von 50 bis 70 m gültig ist. Weitere empirische Lösungen, die ähnliche Einschränkungen enthalten, wurden von Vyatlov und Jessberger entwickelt. Bei der Anwendung empirischer Lösungen ist zu beachten, dass diese für einen bestimmten Standort entwickelt wurden und nur mit Einschränkungen auf andere Standorte übertragen werden können.

Es wurden mehrere analytische Lösungen für die verschiedenen geomechanischen Einheiten getestet. Während die meisten analytischen Lösungen realistische und realisierbare Ergebnisse

simple Domke equation, e.g., is only applicable in a depth-range of 100 to 150 m, while Lamé-Gadolin is valid for an even smaller range of 50 to 70 m. Additional empirical solutions, which contain similar limitations, have been developed by Vyatlov and Jessberger. When applying empirical solutions, it must be considered that these are developed for a certain location and can only be applied to different locations with restrictions.

However, several analytical solutions have been tested for the various geomechanical units. While most analytical solutions provided realistic and achievable results for the required frost wall thickness for the upper and dry strata, the results for the deep situated and under high water pressure strata ranged from mathematically-non solvable to technically non-feasible 94 m.

The limitations of the analytic solutions, based on the above described constraints, e.g., application of empirical solutions for various locations, neglect of creep, can be clearly seen. In addition to the cases in which no mathematical solutions are possible several equations yield results with required frost wall thicknesses to great to be realistically achieved. However, the results can still be used to illustrate clearly which lithological units will induce difficulties.

Extended Domke

$$D = R_S * (0.29 + 1.42 * \sin \varphi) * \frac{P_{tot}}{\sigma_d} + (2.3 - 4.6 * \sin \varphi) * \left(\frac{P_{tot}}{\sigma_d}\right)^2 \quad \text{Equation 1}$$

Vyatlov

$$D = R_S * \sqrt{\frac{\sigma_d}{\sigma_d - 2 * P_{tot}} - 1} \quad \text{Equation 2}$$

Jessberger

$$D = \left(R_S * \frac{P_{tot} * \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}{2 * C * \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}} + 1 \right)^{\frac{1}{N_\varphi - 1}} - R_S \quad \text{Equation 3}$$

D = estimated required frost wall thickness [m]

R_S = shaft radius [m]

P_{tot} = total pressure on the shaft [MPa],

calculated as P_{tot} = P_g + P_w - P_i

P_g = Frock pressure on the shaft [MPa]

P_w = water pressure on the shaft [MPa]

P_i = internal pressure on the shaft reducing the total pressure P_{tot} [MPa]

σ_d = uniaxial compressive strength [MPa]

φ = angle of internal friction [°]

$$N_\varphi = \frac{(1 + \sin \varphi)}{(1 - \sin \varphi)}$$

5 Numerical simulation of shaft sinking using the artificial freezing method

ITASCA has been commissioned to perform an analysis of the shaft sinking with numerical simulations for various freezing method setups. The software FLAC3D is used for the simulation. FLAC3D is

für die erforderliche Frostwanddicke für die oberen und trockenen Schichten lieferten, reichten die Ergebnisse für die tief gelegenen und unter hohem Wasserdruck stehenden Schichten von mathematisch nicht lösbar bis zu technisch nicht machbaren 94 m.

Die Grenzen der analytischen Lösungen, die auf den oben beschriebenen Randbedingungen beruhen, z.B. Anwendung empirischer Lösungen für verschiedene Standorte und Vernachlässigung des Kriechens, ist deutlich zu erkennen. Neben den Fällen, in denen keine rechnerischen Lösungen möglich sind, führen mehrere Gleichungen zu Ergebnissen mit erforderlichen Frostwanddicken, die zu groß sind, um erreicht zu werden. Dennoch kann anhand der Ergebnisse deutlich gemacht werden, bei welchen lithologischen Einheiten Schwierigkeiten auftreten werden.

Erweiterte Domke

$$D = R_S * (0.29 + 1.42 * \sin \varphi) * \frac{P_{tot}}{\sigma_d} + (2.3 - 4.6 * \sin \varphi) * \left(\frac{P_{tot}}{\sigma_d}\right)^2 \quad \text{Gleichung 1}$$

Vyatlov

$$D = R_S * \sqrt{\frac{\sigma_d}{\sigma_d - 2 * P_{tot}} - 1} \quad \text{Gleichung 2}$$

Jessberger

$$D = \left(R_S * \frac{P_{tot} * \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}{2 * C * \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}} + 1 \right)^{\frac{1}{N_\varphi - 1}} - R_S \quad \text{Gleichung 3}$$

D = geschätzte erforderliche Frostwandstärke [m]

R_S = Schachtradius [m]

P_{tot} = Gesamtdruck auf den Schacht [MPa],

errechnet als P_{tot} = P_g + P_w - P_i

P_g = Felsdruck auf den Schacht [MPa]

P_w = Wasserdruck auf den Schacht [MPa]

P_i = Innendruck des Schachts, welcher den Gesamtdruck P_{tot} verringert [MPa]

σ_d = einaxiale Druckfestigkeit [MPa]

φ = Winkel der inneren Reibung [°]

$$N_\varphi = \frac{(1 + \sin \varphi)}{(1 - \sin \varphi)}$$

5 Numerische Simulation des Schachtbaus mit der Methode des künstlichen Einfrierens

ITASCA wurde beauftragt, eine Analyse des Schachtabteufens mit numerischen Simulationen für verschiedene Gefrierverfahren-Konfigurationen durchzuführen. Für die Simulation wird die Software FLAC3D verwendet. FLAC3D ist ein Kontinuumscode, der auf dem expliziten Finite-Differenzen-Verfahren basiert (9). Für diese Untersuchung wurden separate thermische und mechanische Modelle erstellt. Der allgemeine Arbeitsablauf bestand aus anfänglichen thermischen 2D-Simulationen, um die Temperaturentwicklung zu analysieren, gefolgt von einer mechanischen 2,5D-Simulation, um die Stabilität der Frostwand zu bewerten. Für den Fall, dass die mechanischen 2,5D-Simulationen zufriedenstellende Ergebnisse lieferten, wurden 3D-thermische Simu-

a continuum code based on the explicit finite-difference method (9). For this investigation separate thermal and mechanical models have been created. The general workflow consisted of initial 2D thermal simulations to analyze the temperature propagation, followed by a 2.5D mechanical simulation to evaluate the stability of the frost wall. In case that the 2.5D mechanical simulations yielded satisfying results 3D, thermal simulations were performed to estimate the required energy consumption as well as the duration of thawing. All models are based on a radial geometry and therefore only a slice of a full radial model is sufficient to represent all freezing pipes of one setup. Several aspects especially important for freezing have been considered for the numerical simulations:

- temperature dependent mechanical and thermal properties;
- frost heave;
- latent heat;
- long-term strength of soil.

Initial thermal simulations have been carried out in 2D simulations, covering different freezing designs with varying freezing temperature, freezing ring radii and number of freezing pipes for each lithological layer. In case that a lithological unit appears several times in the geological model, the deepest occurrence was chosen for 2D modeling, as it represents an unfavorable case due to the temperature gradient and the associated higher prevailing temperature. In these initial models the temperature propagation has been modelled without consideration of the prospective shaft air temperature and without a passive phase.

Examples for the temperature propagation over time are shown in the figures 3 and 4. The initial temperature of Sand2 is 21.84 °C and for Clay2 16.98 °C based on the different depths of the lithological layers. Comparing both examples, it is evident that the temperature propagation for the lithological layer Sand2 is faster and more extensive than that of Clay2. This is caused by differences in the thermal properties of both lithological units. Furthermore, the numerical simulation verifies the difference of the temperature propagation inwards, in shaft direction, and outwards to have a significantly effect. The differences in temperature propagation result in the complete freezing of the soil in the area of the prospective shaft for Sand2. However, the soil in the same area is largely unfrozen for Clay2 after the same period of time. This can have a negative impact on the excavation speed during shaft sinking, as the shaft wall converges into the cavity and clay or clay-rich soils can result in the agglutination of the drill head and needs to be considered.

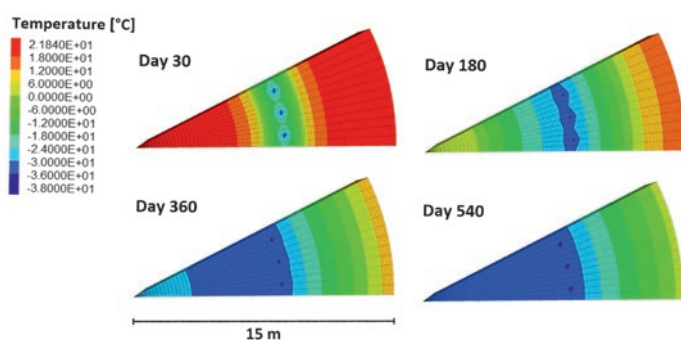


Fig. 3. Temperature propagation of Sand2.

Bild 3. Temperatursausbreitung bei Sand2. Source/Quelle: ITASCA

lationen durchgeführt, um den erforderlichen Energieverbrauch sowie die Dauer des Auftauens abzuschätzen. Alle Modelle basieren auf einer radialen Geometrie. Daher ist ein Ausschnitt eines vollständigen radialen Modells ausreichend, um alle Gefrierrohre einer Konfiguration darzustellen. Für die numerischen Simulationen wurden mehrere für das Einfrieren besonders wichtige Aspekte berücksichtigt:

- temperaturabhängige mechanische und thermische Eigenschaften,
- Frosthebung,
- latente Wärme,
- langfristige Festigkeit des Bodens.

Erste thermische Simulationen wurden in 2D durchgeführt. Dabei wurden für jede lithologische Schicht verschiedene Gefrierkonfigurationen mit unterschiedlichen Gefriertemperaturen, Gefrierkreisradien und unterschiedlicher Anzahl der Gefrierrohre berücksichtigt. Falls eine lithologische Einheit mehrfach im geologischen Modell vorkommt, wurde die tiefste Schicht für die 2D-Modellierung gewählt, da diese aufgrund des Temperaturgradienten und der damit verbundenen höheren vorherrschenden Temperatur einen ungünstigen Fall darstellt. In diesen Ausgangsmodellen wurde die Temperaturentbreitung ohne Berücksichtigung der voraussichtlichen Schachtlufttemperatur und ohne eine Passivphase modelliert.

Beispiele für die Temperaturentbreitung über die Zeit sind in den Bildern 3 und 4 dargestellt. Die Anfangstemperatur von Sand2 beträgt 21,84 °C und für Clay2 16,98 °C, basierend auf den unterschiedlichen Tiefen der lithologischen Schichten. Vergleicht man beide Beispiele, so ist zu erkennen, dass die Temperaturentbreitung für die lithologische Schicht Sand2 schneller und umfangreicher ist als die von Clay2. Dies wird durch Unterschiede in den thermischen Eigenschaften der beiden lithologischen Einheiten verursacht. Weiterhin zeigt die numerische Simulation, dass die Unterschiede der Temperaturentbreitung nach innen in Schachtrichtung und nach außen einen signifikanten Einfluss haben. Die Unterschiede in der Temperaturentbreitung führen bei Sand2 zum vollständigen Einfrieren des Bodens im Bereich des voraussichtlichen Schachts, während der Untergrund im gleichen Bereich bei Clay2 nach der gleichen Zeitspanne weitgehend ungefroren ist. Dies kann sich beim Abteufen des Schachts negativ auf die Aushubgeschwindigkeit auswirken, da die Schachtwand in den Hohlraum konvergiert und Lehm oder lehmhaltige Böden zum Verkleben des Bohrkopfs führen können, was berücksichtigt werden muss.

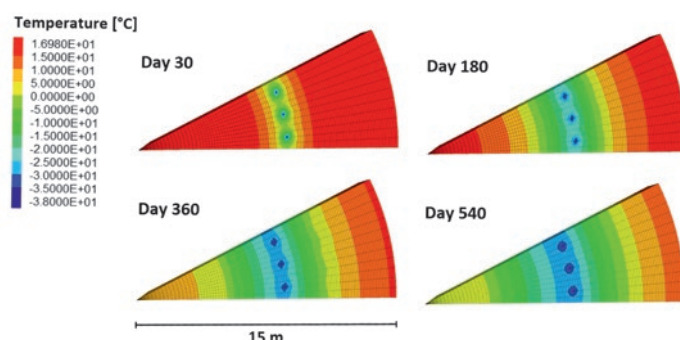


Fig. 4. Temperature propagation of Clay2.

Bild 4. Temperatursausbreitung bei Clay2. Source/Quelle: ITASCA

Day Tag	Temperature at the shaft wall Temperatur an der Schachtwand [° C]		Distance from the shaft middle to specific temperature isolines Abstand von der Schachtmittle zu bestimmten Temperaturisolinien [m]							
			0 °C		-5 °C		-12 °C		-20 °C	
	30	16.9	20.2	8.1	7.3	8.2	7.6	8.4	7.8	8.4
90	14.2	6.8	7.3	5.5	7.6	5.8	8.0	6.3	8.2	7.3
180	8.3	-13.0	6.2	2.8	6.7	3.5	7.3	4.3	8.0	5.8
360	0.2	-31.3	4.5	0.0	5.3	0.0	6.3	0.0	7.3	0.0
540	-8.1	-34.9	2.2	0.0	4.0	0.0	5.2	0.0	6.5	0.0

Table 2. Distance of temperature isolines as well as shaft wall temperature for Clay2 (grey) and Sand2 (blue).

Tabelle 2. Abstand der Temperaturisolinien sowie Schachtwandtemperatur für Clay2 (grau) und Sand2 (blau). Source/Quelle: ITASCA

Based on the 2D thermal simulation the distance of different temperature isolines, namely 0 °C, -5 °C, -12 °C and -20 °C as well as the temperature at the prospective shaft wall, in a distance of 4.5 m, were determined (Table 2).

Furthermore, the thickness of the frost wall, which is a critical property for the evaluation of a freezing design, has been determined for specific days. Areas with a temperature below -5 °C have been considered "frozen areas", which is the temperature where parameters from the laboratory were available. Furthermore, the effective frost wall thickness is defined as the total thickness reduced by the overlap of the shaft radius, which will be removed during the excavation. Table 3 lists the effective thickness of the frost wall for specific lithological layers. It is again shown that thermal properties have significant influence on the development of the frost wall.

The temperature distribution of the 2D thermal model was subsequently imported into a 2.5D mechanical model, an extruded 2D model. The mechanical properties of the lithological layers changed with the temperature, according to the findings of that laboratory tests. The 2.5D mechanical model represents the area between the current shaft floor and the bottom of the permanent support, the open, unsupported shaft. To estimate the time the shaft wall is free to converge a time dependent mechanical simulation was then performed. During these simulations, the mechanical properties were weakened to represent the effect of strength loss over time that can be observed in frozen soils. The strength loss can be up to approximately 50% of its compressive strength for sand, clay, and silt during the first 100 h (3). During the simulation, the displacements at the location of the freezing pipes and at the shaft were monitored and compared to certain thresholds. Based on the results of the mechanical simulations several

Basierend auf der 2D-Thermalsimulation wurden die Abstände verschiedener Temperaturisolinien, 0 °C, -5 °C, -12 °C und -20 °C sowie die Temperatur an der voraussichtlichen Schachtwand, in einem Abstand von 4,5 m ermittelt (Tabelle 2).

Darüber hinaus wurde die Dicke der Frostwand, die eine kritische Eigenschaft für die Bewertung einer Gefrierkonfiguration ist, für spezifische Tage bestimmt. Bereiche mit einer Temperatur unter -5 °C wurden als „gefrorene Bereiche“ betrachtet. Dies ist der Temperaturbereich, für den Parameter aus dem Labor verfügbar waren. Des Weiteren wird die effektive Frostwanddicke als die Gesamtdicke abzüglich der Überlappung des Schachtradius, die beim Aushub entfernt wird, definiert. In Tabelle 3 ist die effektive Dicke der Frostwand für bestimmte lithologische Schichten aufgeführt. Es zeigt sich erneut, dass die thermischen Eigenschaften einen wesentlichen Einfluss auf die Entwicklung der Frostwände haben.

Die Temperaturverteilung des thermischen 2D-Modells wurde anschließend in ein mechanisches 2,5D-Modell (ein extrudiertes 2D-Modell) importiert. Die mechanischen Eigenschaften der lithologischen Schichten änderten sich mit der Temperatur entsprechend den Erkenntnissen aus diesen Laborversuchen. Das mechanische 2,5D-Modell stellt den Bereich zwischen der aktuellen Schachtsohle und der Sohle des permanenten Auflagers, dem offenen, ungestützten Schacht, dar. Zur Abschätzung der Zeit, in der die Schachtwand frei konvergiert, wurde eine zeitabhängige mechanische Simulation durchgeführt. Während dieser Simulationen wurden die mechanischen Eigenschaften abgeschwächt, um den Effekt des Festigkeitsverlusts, der in gefrorenen Böden beobachtet werden kann, über die Zeit darzustellen. Der Festigkeitsverlust kann bis zu 50% der Druckfestigkeit für Sand, Ton und Schluff während der ersten 100 h betragen (3). Während

Lithological layer Lithologische Schicht	Depth Tiefe [m]	Effective thickness [m] of the frostwall after launch at day Effektive Dicke [m] der Frostwand nach dem Beginn am Tag						
		30	90	180	360	540	600	700
Moraine1	86	2.7	6.2	7.8	9.4	10.4	10.5	10.9
Clay1	215	-	2.1	3.6	5.8	6.9	7.1	7.4
Clay2	490	-	1.8	3.2	5.3	6.6	6.7	6.9
Sand1	514	1.9	4.8	7.0	8.2	9.1	9.3	9.7
Clay5	700	-	2.6	4.3	6.6	7.1	7.4	7.6
Sand2	719	2.0	4.9	6.9	8.3	9.3	9.5	9.8
Sand3	737	2.1	5.1	7.2	8.3	9.3	9.6	9.9

Table 3. Thickness of the frost wall for specific lithological layers. "-" indicates that a closed frost wall has not yet developed at that point in time.

Tabelle 3. Dicke der Frostwand für ausgewählte lithologische Schichten. „-“ zeigt an, dass sich zu diesem Zeitpunkt noch keine geschlossene Frostwand gebildet hat. Source/Quelle: ITASCA

designs were tested, e.g., a small freezing ring radius, high brine temperature or small number of freezing pipes. In cooperation with LLC K-Potash Service three designs were selected for further investigations. All of these used a brine temperature of $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$, a radius of 8.5 m and 36, 38 and 40 freezing pipes, respectively. The best time for the start of the sinking and the introduction of the passive phase was chosen based on the time in which the required frost wall thickness was achieved.

To take fluctuations of the brine temperature into consideration further thermal 2D simulations have been carried out, based on the three selected designs. Two scenarios have been considered: first a higher temperature gradient between in- and outflow; second a time dependent variation with a gradual increase of the temperature up to $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ over a period of 24 h (Figure 5). The goal of these simulations was to evaluate the maximum admissible deviation of the original brine-temperature of the designs.

For the 3D analysis three potential schemes were chosen based on the results of the 2D simulations. The 3D numerical model covered a depth of 800 m and included the sinking of the shaft and the associated thermal influence as well as the introduction of the passive phase. The temperature state for one 3D model for specific points in time can be seen in figure 6. Furthermore, is a detailed view of a specific part of the model shown in figure 7. The simulation of the active and passive phase concluded in the development of the completed frost wall. Concluding numerical simulations of a thawing process, with no artificial heated brine were conducted. These simulations were used to estimate the duration until the soil has warmed up to its initial temperature. This is important to consider the volume contraction of the frozen soil due to the thawing, the reversed frost heave. This physical effect can significantly influence

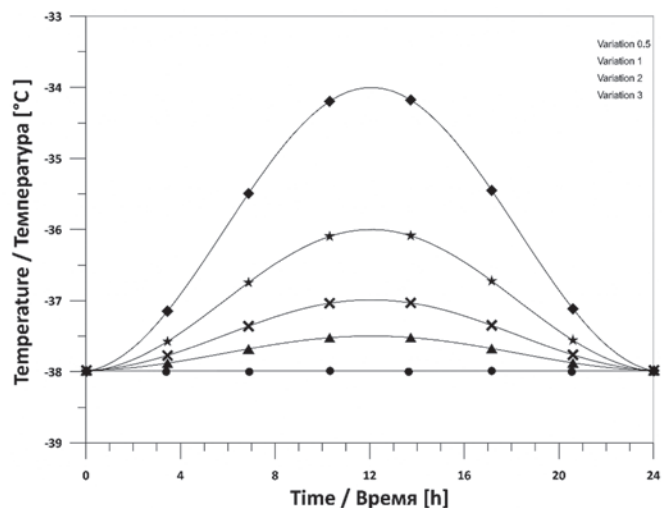


Fig. 5. Simulated temperature variation of the inflow. // Bild 5. Simulierte Variationen des Temperaturverlaufs beim Zufluss. Source/Quelle: ITASCA

der Simulation wurden die Verschiebungen an der Stelle der Gefrierrohre und am Schacht überwacht und mit bestimmten Grenzwerten verglichen. Basierend auf den Ergebnissen der mechanischen Simulationen wurden verschiedene Konfigurationen getestet, z.B. ein kleiner Gefrierkreisradius, hohe Soletemperatur oder eine geringe Anzahl von Gefrierrohren. In Zusammenarbeit mit LLC K-Potash Service wurden drei Designs für weitere Untersuchungen ausgewählt. Bei allen wurden eine Soletemperatur von $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$, ein Radius von 8,5 m und 36, 38 bzw. 40 Gefrierrohre verwendet. Der beste Zeitpunkt für den Beginn des Absinkens und die Einleitung der passiven Phase wurde anhand der Zeit gewählt, in der die erforderliche Frostwanddicke erreicht wurde.

Um Schwankungen der Soletemperatur zu berücksichtigen, wurden weitere thermische 2D-Simulationen durchgeführt, basierend auf den drei ausgewählten Konfigurationen. Es wurden zwei Szenarien betrachtet: erstens ein höherer Temperaturgradient zwischen Zu- und Abfluss, zweitens eine zeitabhängige Variation mit einem allmählichen Anstieg der Temperatur bis zu $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ über einen Zeitraum von 24 h (Bild 5). Ziel dieser Simulationen war es, die maximal zulässige Abweichung der ursprünglichen Soletemperatur der Konfigurationen zu bewerten.

Für die 3D-Analyse wurden auf der Grundlage der Ergebnisse der 2D-Simulationen drei mögliche Schemata ausgewählt. Das numerische 3D-Modell umfasste eine Tiefe von 800 m und beinhaltete das Abteufen des Schachts und den damit verbundenen thermischen Einfluss sowie die Einführung der passiven Phase. Die Temperaturverteilung für ein 3D-Modell für bestimmte Zeitpunkte ist in Bild 6 zu sehen. Weiterhin ist eine Detailansicht eines bestimmten Teils des Modells in Bild 7 dargestellt. Die Simulation der aktiven und passiven Phase schloss mit der Entwicklung der fertigen Frostwand ab. Abschließend wurden numerische Simulationen eines Auftauprozesses ohne künstlich beheizte Sole durchgeführt. Diese Simulationen wurden angewendet, um die Dauer abzuschätzen, bis sich der Boden auf seine Ausgangstemperatur erwärmt hat. Dies ist wichtig, um die Volumenkontraktion des gefrorenen Bodens infolge des Auftauens zu berücksichtigen (umgekehrte Frosthebungen). Dieser physikalische Effekt kann den Zeitplan und die Art der Errichtung von Bauwerken und Gebäuden in der Nähe des Gefrierkreises erheblich beeinflussen.

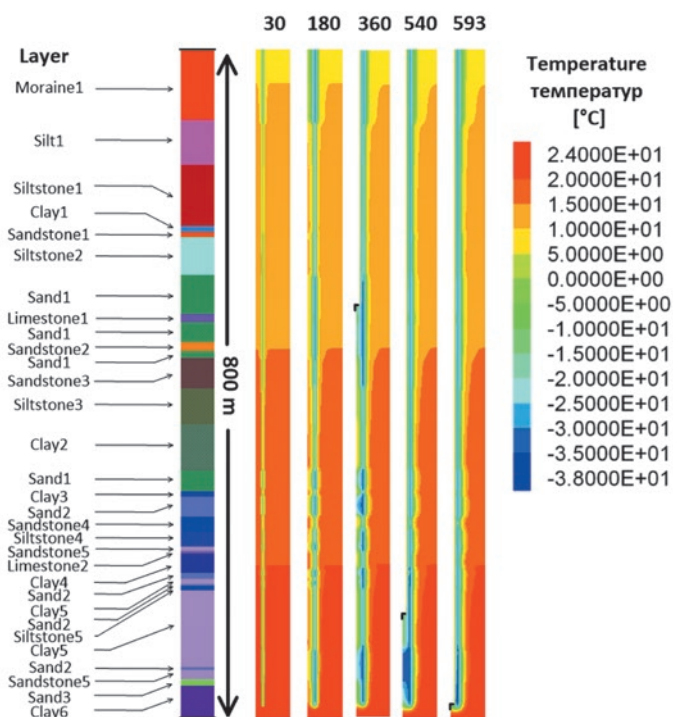


Fig. 6. Temperature distribution of the 3D model for various points in time. // Bild 6. Temperaturverteilung des 3D-Modells für verschiedene Zeitpunkte. Source/Quelle: ITASCA

the schedule and type of construction of structures and buildings in the vicinity of the freezing circle.

Additionally, the 3D numerical simulations were used to evaluate the approximate energy required for the freezing process (Figure 8). This evaluation was of particularly interest as the two shafts are to be built delayed to each other with some overlap so that freezing machines, not required for the freezing at the first shaft, can be used for the second location. This procedure keeps the overall number of freezing machines as low as possible and avoids additional costs.

6 Conclusions

ITASCA has been conducted to analyze the freezing process and investigate different freezing set ups for the K-Potash mine. These setups included the number of freezing pipes, radius of freezing circle, freezing temperature, duration of active and passive freezing phase as well as estimated energy consumptions and further detailed specifications. For this task, a workflow containing numerous models has been developed. In a first step thermal simulations were carried in 2D models to investigate the freezing behavior of different lithological layers of the site. The results of the thermal simulations were used in the 2.5D mechanical models to estimate the stability of the frost wall. Three freezing designs were further investigated in 3D models to estimate the energy consumption as well as the duration of thawing.

In this specific case it was possible to propose a smaller number of freezing pipes than originally assumed, which will result in cost savings for the drilling of the freezing boreholes. Thermal simulations allowed for an insight into the development of the frost wall and evaluations of the energy consumption during the freezing process enabled the estimation of the required energy amount. These estimations can be used in cooperation with the manufacturers of freezing machines to select the appropriate number and type of freezing machines and to develop a concept for their use. Assessment on the speed of thawing in further numerical simulation

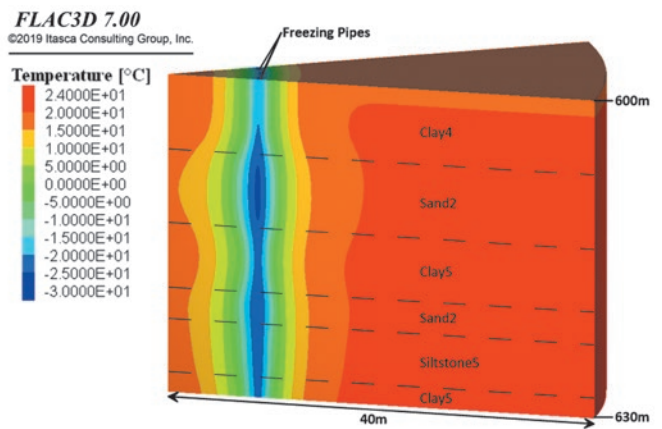


Fig. 7. Temperature propagation at a specific depth of the 3D numerical model. // Bild 7. Temperatursausbreitung in einer bestimmten Tiefe des numerischen 3D-Modells. Source/Quelle: ITASCA

Zusätzlich wurde mit Hilfe der numerischen 3D-Simulationen der Energiebedarf für den Gefrierprozess abgeschätzt (Bild 8). Diese Auswertung war von besonderem Interesse, da die beiden Schächte zeitversetzt zueinander mit einer gewissen Überlapung geteuft werden sollen, damit Gefriermaschinen, die für den Gefrierprozess am ersten Schacht nicht benötigt werden, am zweiten Standort eingesetzt werden können. Diese Vorgehensweise hält die Gesamtzahl der Gefriermaschinen so gering wie möglich und vermeidet zusätzliche Kosten.

6 Fazit

ITASCA wurde beauftragt, den Gefrierprozess zu analysieren und verschiedene Gefrierkonfigurationen für das Kalibergwerk zu untersuchen. Diese Konfigurationen umfassten die Anzahl der Gefrierrohre, den Radius des Gefrierkreises, die Gefriertemperatur, die Dauer der aktiven und passiven Gefrierphase sowie die geschätzten Energieverbräuche und weitere detaillierte Spezifikationen. Für diese Aufgabe wurde ein Arbeitsprozess mit zahlreichen Modellen entwickelt. In einem ersten Schritt wurden thermische Simulationen in 2D-Modellen durchgeführt, um das Gefrierverhalten der verschiedenen lithologischen Schichten des Standorts zu untersuchen. Die Ergebnisse der thermischen Simulationen wurden in den mechanischen 2,5D-Modellen verwendet, um die Stabilität der Frostwand abzuschätzen. Drei Gefrierkonfigurationen wurden in 3D-Modellen weiter untersucht, um den Energieverbrauch sowie die Dauer des Auftauens abzuschätzen.

In diesem speziellen Fall war es möglich, eine geringere Anzahl von Gefrierrohren vorzuschlagen als ursprünglich angenommen, was zu Kosteneinsparungen bei den Bohrungen für die Gefrieranlagen führen wird. Thermische Simulationen erlaubten einen Einblick in die Entwicklung der Frostwand und außerdem konnten mit der Auswertung des Energieverbrauchs die während des Gefrierprozesses benötigten Energiemengen abgeschätzt werden. Diese Abschätzungen können in Zusammenarbeit mit den Herstellern von Gefriermaschinen genutzt werden, um die geeignete Anzahl und Art von Gefriermaschinen auszuwählen und ein Konzept für deren Einsatz zu entwickeln. Einschätzungen zur Auftaugeschwindigkeit in weiteren numerischen Simulationen erwiesen sich als hilfreiche Informationen für die Konstruktion von Bauwerken und Gebäuden in der Nähe des Gefrierkreises.

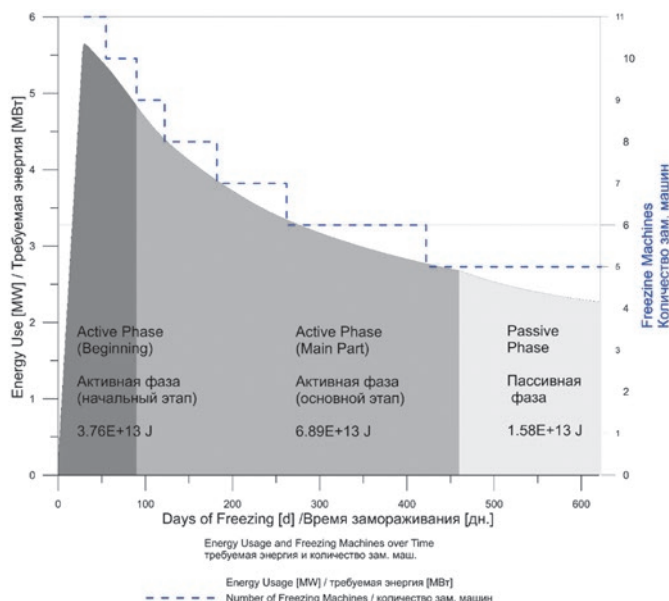


Fig. 8. Energy use and associated required energy use during the active and passive phase. // Bild 8. Energieverbrauch und damit verbundener erforderlicher Energieeinsatz während der aktiven und passiven Phase. Source/Quelle: ITASCA

proved to be helpful evaluations for the construction of structures and buildings in the vicinity of the freezing circle.

Furthermore, critical areas for which particular care must be taken were identified and important insights on expectable convergences during the sinking of the shaft were gained in mechanical simulations. In addition, the development of stress was estimated, which can be used for the support design.

In this project it could be shown that numerical simulation is a valid possibility to optimize the design of the freezing method, detached from the constraints imposed by analytical or empirical formulas. With a well-founded data basis specific questions can be answered using the powerful tool that is numerical simulation.

References / Quellenverzeichnis

- (1) Google Maps, 2019. Last accessed 01.02.2019.
- (2) Hoffmann, D.: Acht Jahrzehnte Gefrierverfahren nach Poetsch. Ein Beitrag zur Geschichte des Schachtabteufens in schwierigen Fällen. Verlag Glückauf, Essen, 1962.
- (3) Smoltczyk, U.: Grundbau-Taschenbuch, Vierte Auflage Teil 1. Ernst, Verlag für Architektur u. techn. Wissen, Berlin, 1990.
- (4) Albert Weiler, A.; Vagt, J.: The Duisburg method of metro-construction, a successful application of the gap freezing method. In: Eng. Geol., 18, 1981, pp 351-360.
- (5) Vuorela, M.; Eronen, T.: The driving of metro tunnels at Helsinki with the aid of ground freezing. In: Eng. Geol., 18, 1981, pp 377-384.
- (6) Ständer, W.: Das Gefrierverfahren im Schacht-, Grund- und Tunnelbau. Handbuch der Kältetechnik, 1988.
- (7) Fritzsche, C. H.: Bergbaukunde. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1958.
- (8) Reuther, E.-U.: Lehrbuch der Bergbaukunde. VGE Verlag GmbH, Essen, 2010.
- (9) Itasca Consulting Group Inc.: Fast Lagrangian Analysis of Continuum in Three Dimensions. Minneapolis, 2016.

Authors / Autoren

Nils Ehringhausen, M.Sc., Dr. Gregor Schweppe,
Dr. Lothar te Kamp, Ivan Akinshin, M.Eng.,
ITASCA Consultants GmbH, Gelsenkirchen/Germany